

渗透率测量的程序计算

林俊雄

在油层储油物性中，岩芯空气渗透率是一个重要的参数。而在所有岩芯空气渗透率的测量方法中，要算毛细管法是经典和较为准确的了（参看图1和图2）。空气渗透率测量的关键问题是空气流量如何准确获得，这对低渗透率的岩芯就更显得突出，毛细管法测量岩芯空气渗透率，随着不同毛细管孔径的选择，可以测量从几到上千毫达西的不同渗透率范围。当然这个方法也有空气流量准确获得的问题，这个问题也正是对毛细管法岩芯空气渗透率测量进行程序计算时，首先要解决的问题。

在研究了毛细管中气体在一定压差下流动状态之后，可以得到一个计算毛细管流量的理论公式。当把这个公式与实验曲线作适当的配合时，便能解决流量准确获得的问题。这样根据达西定律的渗透率计算，就能全部公式化，而中间不需要作流量曲线校准的实验以及通过查表才能求流量的工作。

在上述工作的基础上，就可以编制出岩芯空气渗透率的计算程序，由计算机完成计算工作和提供完整的实验报告、免去人工繁琐和重复的计算。程序的编制考虑可能的实际运用，可以让计算机打印按地层深度等间距或非等间距取样的岩芯渗透率变化曲线，也可以根据需要，改变有关参数，从而使程序尽可能灵活和实用。

整个方法将作为考虑中的岩芯空气渗透率全自动测试的组成部分。因为，只要配上两只压差传感装置，就能实现计算机对岩芯空气渗透率进行全自动测试的目的。

一、问题的提出

根据达西定律，毛细管法岩芯空气渗透率是按如下公式计算的：

$$K = \frac{2L\mu P_s Q_s}{F(2P_s + P_1 + P_2)(P_1 - P_2)}$$

其中： P_1 、 P_2 分别是岩芯前压力和岩芯后压力，通过图（1）装置测得；

Q_s 是通过岩芯的流量。它一般是先在一定的大气条件（ T_s 、 P_s ）下，由图（2）装置测出 Q_s 与毛细管两端水柱高差 P_2 的关系曲线。当作岩芯试验时，就由 P_2 查此流量曲线，才能获得流量 Q_s 。

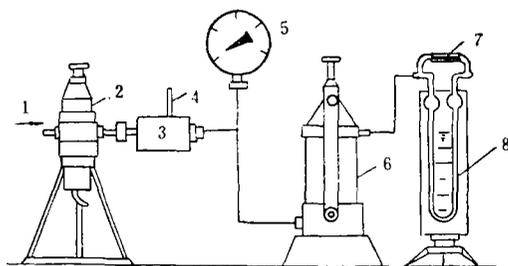


图1 气体法渗透率测定仪

1—接气源，2—空气减压阀，3—干燥器，4—温度计，5—压力表或水银压力计，6—岩芯夹持器，7—毛细管，8—毛细管压力计

用计算机来完成岩芯渗透率的程序计算时，首先必须将实验曲线转换为经验公式，这可通过数学方法来解决。但是，从图（3）的实验曲线可以看到，不同大气条件（ T_s 、 P_s ）下，实验曲线是不同的，还需要一个校正这一实验曲线的方法，才能最终实现计算机对渗透率的准确计算。

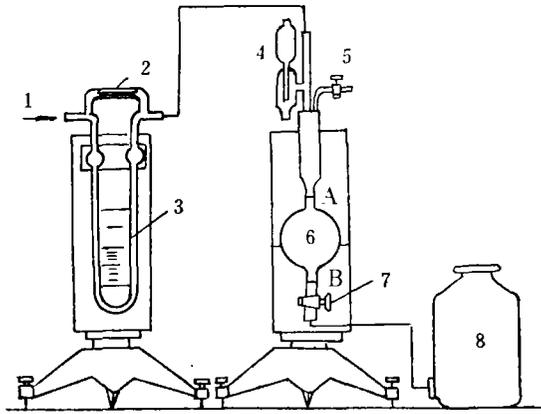


图 2 毛细管流量测定装置

1—接气源；2—毛细管；3—毛细管测压计；4—压力平衡器；5—三通活塞；6—球形流量计；7—活塞；8—提升瓶，A、B 流量计刻线

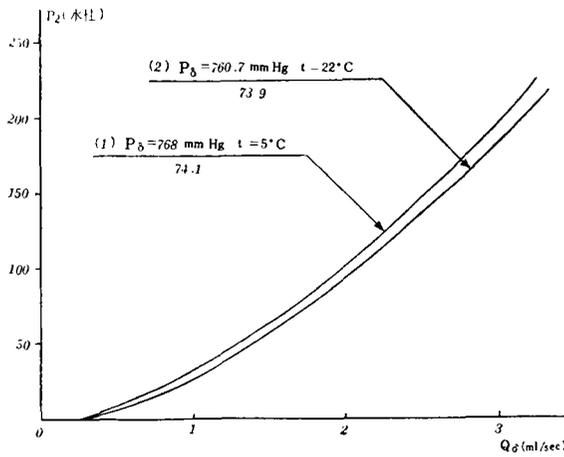


图 3 毛细管 $S \sim R_2$ 实验曲线

二、毛细管流量的计算公式和校准方法

为了获得实验条件 (T_δ 、 P_δ) 下，毛细管的准确流量，我们须从流体力学的角度来研究气体在毛细管中的流动状态。图 (4) 是放大的毛细管，其有关的参数表示于图上。

当毛细管控制在一定的压差时 (一般是几个 cm 水柱到 25cm 水柱之间)，图 (3) 的实测流量曲线，我们可以先认为毛细管中气体的流动是理想、定常和不可压缩的流动。也即是说，毛细管中气体的流速不随时间变化，粘性忽略，没有摩擦，密度不随时

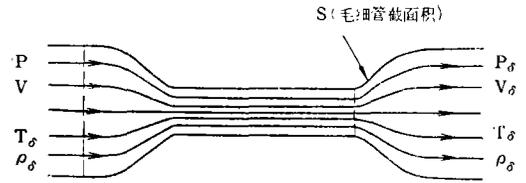


图 4 气体在毛细管中的流动状态

间变化，且处于层流状态。这样我们可应用伯努利原理，即能量守恒方程，得如下的关系式：

$$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho_\delta} = \frac{V_\delta^2}{2} + \frac{P_\delta}{\rho_\delta} \quad (1)$$

(1) 式左边的 V 和 P 是毛细管前气体的流速和压力；(1) 式右边 V_δ 和 P_δ 是毛细管的出口流速和压力。由于实验装置中有平衡器，出口压力 P_δ 就是大气压力， ρ_δ 是空气密度。

由气体的连续性方程，可得另一关系式：

$$\rho_\delta V F = \rho_\delta V_\delta S \Rightarrow V F = V_\delta S \quad (2)$$

S 是毛细管截面积， F 是指毛细管前的进流面积，当作岩芯试验时，也是岩芯后的出流面积。显然 $F \gg S$ (一般岩芯的截面积 F 大约为 1—3cm² 数量级， S 大约为 10⁻⁴cm² 的数量级)，即 V 与 V_δ 比较是高阶小量，所以 $V \approx 0$ 。这样，(1) 式可简化为：

$$\frac{V_\delta^2}{2} = \frac{P - P_\delta}{\rho_\delta} \quad (3)$$

我们知道 $P - P_\delta$ 就是毛细管两端的水柱高差 P_2 ，即 $P - P_\delta = P_2$ 。所以 (3) 式可化为：

$$\frac{V_\delta^2}{2} = \frac{P_2}{\rho_\delta} \quad (4)$$

将流速 V_δ 换成流量 $Q_\delta = V_\delta S$ ，那么 (4) 式变为：

$$Q_\delta = S \left(\frac{2 P_2}{\rho_\delta} \right)^{1/2} \quad (5)$$

根据理想气体状态方程，可将 ρ_δ 由标准

状况 ρ_0 以及相应的大气条件 T_0 、 P_0 来表征, 即:

$$\rho_0 = \frac{T_0 P_0}{T_0 P_0} \rho_0 \quad (6)$$

将 (6) 式代入 (5) 式, 可得一个毛细管流量的计算公式:

$$Q_0 = S \left(\frac{2 P_0 T_0 P_2}{P_0 T_0 \rho_0} \right)^{1/2} \quad (7)$$

现将 (7) 式所取单位和数值分列如下:

$$Q_0: \frac{\text{ml}}{\text{sec}}$$

$$S: \text{cm}^2$$

$$P_0: 760 \text{mmHg 高}$$

$$T_0: 273^\circ\text{C}$$

$$\rho_0: \frac{0.123 \text{G} \cdot \text{S}}{10^5 \text{cm}^4}$$

$$P_2: \text{mmHg 高}$$

$$T_0: (273 + t)^\circ\text{C} (t \text{ 为摄氏温度})$$

$$P_2: \text{cm 水柱}$$

当 (7) 式取上述单位和数值时, 则 (7) 式可取如下形式:

$$Q_0 = 1.278 S \left(\frac{760 (273 + t) P_2}{273 P_0} \right)^{1/2} \rightarrow \leftarrow 1000 \left(\frac{\text{ml}}{\text{sec}} \right) \quad (8)$$

(8) 式所述是理想条件下推导出的理论公式。但是, 实际上气体在上述压差条件

下的管道中的流动, 是有摩擦存在的。另一方面, 由于毛细管的截面 S 不易测得。因此, 我们不妨把摩擦的因素与毛细管的截面积 S 一起考虑, 把 S 称为有效流动面积, 认为 S 也是 P_2 的函数。这样就可以利用 (8) 式, 以实测的流量曲线 (图 3) 出发, 反过来求出 $S \sim P_2$ 的关系曲线。因为不同大气条件下实测的流量曲线, 通过公式 (8), 都能获得统一的 $S \sim P_2$ 关系曲线。我们称为毛细管的特征曲线。当毛细管特征曲线作出之后, 任何时候就不用再作毛细管流量的校准实验了。因为有了毛细管特征曲线, 通过公式 (8), 就可以计算任意大气条件下的真实流量。

下面是通过毛细管在不同大气条件下实测的流量数据 (见图 3), 利用公式 (8) 反过来求出 $S \sim P_2$ 的关系曲线的具体方法:

(1) 号实测流量曲线的大气条件是:

$$P_0 = 768 \text{mmHg}, t = 5^\circ\text{C}$$

其相应的求有效流动面积 S_1 的公式是:

$$S_1 = 0.809 \frac{Q_0}{P_2^{1/2}} (10^{-3} \text{cm}^2)$$

(2) 号实测流量曲线的大气条件是:

$$P_0 = 760.7 \text{mmHg}, t = 22^\circ\text{C}$$

其相应的求有效流动面积 S_2 的公式是:

$$S_2 = 0.781 \frac{Q_0}{P_2^{1/2}} (10^{-3} \text{cm}^2)$$

下述两个数据表中, S_1 和 S_2 重合得很

$P_2(\text{cm 水柱})$	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$Q_0(\text{ml/sec})$	1.47	1.75	1.99	2.22	2.43	2.62	2.83	3.02	3.19	3.36
$S_1(10^{-3} \text{cm}^2)$	0.485	0.502	0.507	0.517	0.524	0.532	0.539	0.545	0.552	0.555
$P_2(\text{cm 水柱})$	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$Q_0(\text{ml/sec})$	1.50	1.80	2.06	2.30	2.53	2.74	2.95	3.14	3.33	3.50
$S_2(10^{-3} \text{cm}^2)$	0.485	0.500	0.508	0.518	0.526	0.534	0.543	0.547	0.555	0.558

好。这就说明原来的理论推导的合理性以及考虑摩擦这个因素的必要性。

对于同一根毛细管，我们取 $S = \frac{1}{2}(S_1 + S_2)$ 与 P_2 作为此根毛细管的特征曲线，如图(5)。

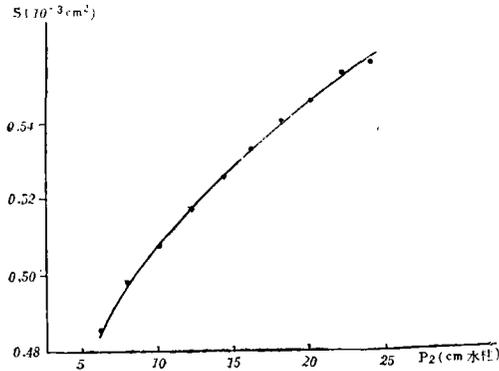


图 5 毛细管 $S \sim P_2$ 特征曲线

现在我们不妨举例说明如何运用特征曲线 $S \sim P_2$ 和公式(8)来求流量，并与实测的作比较。

例如作岩芯试验时， $P_2 = 20.4 \text{ cm}$ 水柱，大气条件是 $P_3 = 763.5 \text{ mmHg}$ ， $t = 21.5^\circ \text{C}$

此时查图(5) $S \sim P_2$ 曲线，当 $P_2 = 20.4 \text{ cm}$ 时， $S = 0.548 (10^{-3} \text{ cm}^2)$ ；

由公式(8)计算得 $Q_s = 1.278 \times 0.548 \times \left(\frac{760 \times 294.5 \times 20.4}{763.5 \times 273}\right)^{1/2}$ 即 $Q_s = 3.16 \frac{\text{ml}}{\text{sec}}$ 。

另一方面，我们从图(3)，查(2)号实测流量曲线，因为(2)号实测曲线的大气条件几乎与上述条件相一致。当 $P_2 = 20.4 \text{ cm}$ 时，查得 $Q_s = 3.17 \frac{\text{ml}}{\text{sec}}$ 。

显然，通过这一公式和方法求得的流量与实测的相符。当实验条件改变时，它便能取得实验条件下的真实流量，而不必再作校正流量曲线的实验。

三、岩芯空气渗透率计算程序的编制

为了编制计算程序，还必须将毛细管的

特征曲线转换为经验公式。

为此，我们根据图(5)，按 P_2 等间距取点，并取 S 的对应值作差分，其数据如下表：

$P_2(i)$	$S(i)$	$\Delta S(i)$	$\Delta^2 S(i)$
6	0.485		
7	0.492	0.007	
8	0.499	0.007	0.000
9	0.505	0.006	-0.001
10	0.509	0.005	-0.001
11	0.514	0.005	0.000
12	0.518	0.004	-0.001
13	0.523	0.005	0.001
14	0.527	0.004	0.000
15	0.531	0.004	0.000
16	0.534	0.003	-0.001
17	0.538	0.004	0.001
18	0.541	0.003	-0.001
19	0.544	0.003	0.000
20	0.547	0.003	0.000
21	0.550	0.003	0.000
22	0.553	0.003	0.000
23	0.555	0.002	-0.001
24	0.557	0.002	0.000

由此表可以看出 S 的 2 阶差分为接近 0 的常值，故可用 $S = c + bP_2 + aP_2^2$ 近似表示。由最小二乘法原理，可得如下一组方程：

$$\begin{cases} \sum aP_2^4(i) + \sum bP_2^3(i) + \sum cP_2^2(i) \\ = \sum P_2^2(i)S(i) \\ \sum aP_2^3(i) + \sum bP_2^2(i) + \sum cP_2(i) \\ = \sum P_2(i)S(i) \\ \sum aP_2^2(i) + \sum bP_2(i) + 19c \\ = \sum S(i) \end{cases}$$

其中 $i = 1 \sim 19$

按上表数据，经计算可得：

$$c = 0.443$$

$$b = 0.0073$$

$$a = -0.000087$$

$$S = 0.443 + 0.0073P_2 - 0.000087P_2^2 \quad (9)$$

这个经验公式，经验计算相对误差大约1%，足以满足我们的计算要求。

另一方面，可以认为在常温下，空气是属于牛顿流体，其粘度 μ 仅与温度 T 有关，且其变化规律是：

$$\mu = 0.0181 \left(\frac{273 + t}{273} \right)^{0.79} \quad (\text{厘泊}) \quad (10)$$

至此，我们已将渗透率的计算全部公式化，当 K 取毫达西(md)为单位，并按达西定律的定义，取规定的量纲时，最后可得一组岩芯空气渗透率的计算公式：

$$S = 0.443 + 0.0073P_2 - 0.000087P_2^2$$

$$\mu = 0.0181 \left(\frac{273 + t}{273} \right)^{0.79}$$

$$Q_s = 1.278 S \left[\frac{760(273 + t) P_2}{273 P_s} \right]^{0.5}$$

$$K = \frac{2L\mu P_s Q_s \times 1000}{F(2P_s + P_1 + P_2) \left(\frac{P_1}{760} - \frac{P_2}{1033.6} \right)}$$

按这组公式，便可编制出计算程序。

本程序采用单用户BASIC算法语言。上述公式使用的符号因要符合BASIC语言的规定，须作如下变动：

$$\mu = u, \quad P_1 = P1, \quad P_2 = P2, \quad Q_s = Q,$$

$$P_s = P$$

程序中的键盘输入语句INPUT，当回答：

(1), $N = 40, H = 10, R = 500$ 时，表示程序计算40个 K 值，且取样深度从500米开始，每间10米取一个样，程序按此规律打印 K 随深度的变化曲线；

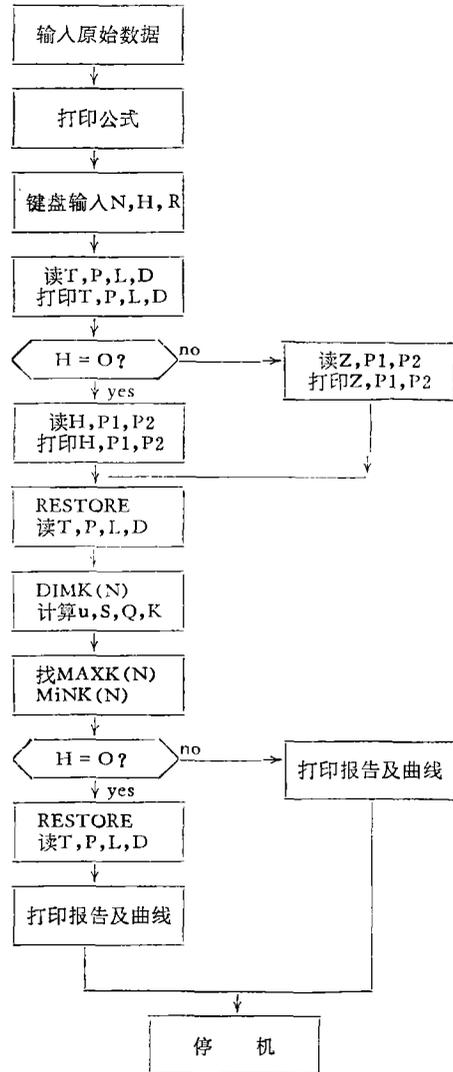
(2), $N = 50, H = 0, R = 0$ 时，表示程序计算50个 K 值，取样深度为非等间距，

程序能按输入的取样深度，打印 K 值随深度的变化曲线。

当大气条件 t 、 P 以及岩芯的长度 L 和截面直径 D 变化时，可修改数据语句DATA的首句。

现将本程序的设计框图、程序以及结果的输出格式分列如下：

1. 程序框图



2. 程序

```
201 print
202 print
203 print
204 print tab (10):"the calculation of the air permeability k"
205 print
206 print "the formulas"
207 print
208 print "s = .443 + .0073*p2 - .000087*p2 ↑ 2"
209 print "u = .0181*(273 + t)/273) ↑ .79"
210 print "q = 1.278*s*(760*(273 + t)*p2/(273*p)) ↑ .5"
211 print "k = 2*1*p*u*q*1000/(f*(2*p + p1 + p2)*(p1/760 - p2/1033.6)"
212 print
213 input n, h, r
214 print
215 print
216 print tab (25):"the source data"
217 read t, p, l, d
218 print "t = ":t, "p = ":p, "l = ":l, "d = ":d
219 print
220 print tab (10):"n": tab (20):"h": tab (30):"p1": tab (40):"p2"

221 let y = 0
222 if h = 0 go to 230
223 for i = 1 to n
224   let y = y + 1
225   let z = i*h + r
226   read x, p1, p2
227   print tab (10):y: tab (20):z: tab (30):p1 tab (40):p2
228 next i
229 goto 235
230 for i = 1 to n
231   let y = y + 1
232   read z, p1, p2
233   print tab (10):y: tab (20):z: tab (30):p1: tab (40):p2
234 next i
235 dim k(n)
236 restor
237 read t, p, l, d
238 let u = .0181*((273 + t)/273) ↑ .79
239 for i = 1 to n
240   read x, p1, p2
241   let f = 3.14159*d ↑ 2/4
```

```

242 let s = .443 + .0073*p2 - .000087*p2 ↑ 2
243 let q = 1.278*s*(760*(273 + t)*p2/(273*p)) ↑ .5
244 let k = 2*1*p*n*q*1000/(f*(2*p + p1 + p2)*(p1/760 - p2/1033.6))
245 let k(i) = k
246 next i
247 let m1 = k(1)
248 let m2 = k(2)
249 for i = 1 to n
250 if m1 > k(i) goto 252
251 let m1 = k(i)
252 if m2 < k(i) goto 254
253 let m2 = k(i)
254 next i
255 print
256 print
257 print tab (10): "the report of the air permeability calculation"

258 print
259 print "n": tab (7): "h(m)": tab (15): "k(md)"
260 print
261 print
262 let y = 0
263 if h = 0 goto 270
264 for i = 1 to n
265 let y = y + 1
266 let z = i*h + r
267 print y: tab (7): z: tab (15): k(i): tab (30 + (k(i) - m2)*30/(m1 - m2)): "*"

268 next i
269 goto 277
270 restor
271 read t, p, l, d
272 for i = 1 to n
273 let y = y + 1
274 read z, p1, p2
275 print y: tab (7): z: tab (15): k(i): tab (30 + (k(i) - m2)*30/(m1 - m2)): "*"

276 next i
277 print
278 print
279 print
280 print
281 print

```

```

282 print
283 end
284 data 15.5, 760.7, 3, 2.5
285 data 500, 351, 16, 520, 355, 18, 550, 340, 17.5
286 data 600, 302, 15.4, 640, 281, 16.3, 680, 263, 15
287 data 710, 240, 14.2, 753, 219, 16.4, 792, 203, 17
288 data 826, 194, 19.6, 850, 181, 20, 887, 170, 19.5
289 data 906, 154, 18.3, 925, 120, 17.4, 960, 103, 16
290 data 984, 86, 15.4, 1000, 77, 16.2, 1030, 741, 17.5
291 data .....
      ⋮
      ⋮

```

3. 结果输出格式

(1) 取样深度为等间距

the calculation of the air permeability k

the formulas

```

s = .443 + .0073*p2 - .000087*p2 ↑ 2
u = .0181*((273 + t)/273) ↑ .79
q = 1.278*s*(760*(273 + t)*p2/(273*p)) ↑ .5
k = 2*1*p*u*q*1000/(f*(2*p + p1 + p2)*(p1/760 - p2/1033.6)
# 42# 10# 500

```

the source data				20	700	60	13
t = 15.5	p = 760.7	l = 3	d = 2.5	21	710	59	13.2
n	h	p1	p2	22	720	58	13.5
1	510	351	16	23	730	55	12.5
2	520	355	18	24	740	50	14
3	530	340	17.5	25	750	50	15.3
4	540	302	15.4	26	760	32	14.7
5	550	281	16.3	27	770	30	15
6	560	263	15	28	780	29.4	15.2
7	570	240	14.2	29	790	27.8	15.6
8	580	219	16.4	30	800	25.1	16.7
9	590	203	17	31	810	33.3	14.8
10	600	194	19.6	32	820	39.6	13.1
11	610	181	20	33	830	53.4	12.6
12	620	170	19.5	34	840	67.5	10.8
13	630	154	18.3	35	850	71.3	9.8
14	640	120	17.4	36	860	88.9	9
15	650	103	16	37	870	102	8
16	660	86	15.4	38	880	103	8.5
17	670	77	16.2	39	890	112	7.9
18	680	74	17.5	40	900	117	7.5
19	690	62	13.6	41	910	126	7
				42	920	146	7.2

the report of the air permeability calculation

n	h(m)	k(md)	
1	510	58.8873	*
2	520	62.7992	*
3	530	64.9728	*
4	540	68.8894	*
5	550	78.019	*
6	560	79.8711	*
7	570	85.8247	*
8	580	105.404	*
9	590	118.182	*
10	600	137.772	*
11	610	151.819	*
12	620	160.663	*
13	630	172.616	*
14	640	223.749	*
15	650	252.06	*
16	660	303.842	*
17	670	361.804	*
18	680	405.023	*
19	690	409.975	*
20	700	411.538	*
21	710	425.368	*
22	720	442.549	*
23	730	443.727	*
24	740	550.784	*
25	750	596.403	*
26	760	1075.96	*
27	770	1218.66	*
28	780	1279.62	*
29	790	1452.83	*
30	800	1934.22	*
31	810	1020.55	*
32	820	704.999	*
33	830	463.283	*
34	840	309.665	*
35	850	270.683	*
36	860	198.174	*
37	870	156.918	*
38	880	161.492	*
39	890	140.123	*
40	900	129.058	*
41	910	113.726	*
42	920	98.1124	*

(2) 取样深度为非等间距

the calculation of the air permeability k

the formulas

$$s = .443 + .0073 * p_2 - .000087 * p_2^2$$

$$u = .0181 * ((273 + t) / 273)^{.79}$$

$$q = 1.278 * s * (760 * (273 + t) * p_2 / (273 * p))^{.5}$$

$$k = 2 * l * p * u * q * 1000 / (f * (2 * p + p_1 + p_2) * (p_1 / 760 - p_2 / 1033.6))$$

25# 0# 0

the source data

t = 15.5	P = 760.7	l = 3	d = 2.5	12	887	170	19.5
n	h	p1	p2	13	906	154	18.3
				14	925	120	17.4
1	500	351	16	15	960	103	16
2	520	355	18	16	984	86	15.4
3	550	340	17.5	17	1000	77	16.2
4	600	302	15.4	18	1030	74	17.5
5	640	281	16.3	19	1050	62	13.6
6	680	263	15	20	1075	60	13
7	710	240	14.2	21	1089	59	13.2
8	753	219	16.4	22	1110	58	13.5
9	792	203	17	23	1140	55	12.5
10	826	194	19.6	24	1165	50	14
11	850	181	20	25	1194	50	15.3

the report of the air permeability calculation

n	h(m)	k(md)
1	500	58.8873
2	520	62.7992
3	550	64.9728
4	600	68.8894
5	640	78.019
6	680	79.8711
7	710	85.8247
8	753	105.404
9	792	118.182
10	826	137.772
11	850	151.819
12	887	160.663
13	906	172.616
14	925	223.749
15	960	252.06
16	984	303.842
17	1000	361.804
18	1030	405.023
19	1050	409.975
20	1075	411.538
21	1089	425.368
22	1110	442.549
23	1140	443.727
24	1165	550.784
25	1194	596.403