

# 油井凹型压力恢复曲线的分析与应用

冯文光

(成都地质学院石油系)

本文根据非达西低速渗流的理论,提出了凹型压力恢复曲线的基本公式,并提出了直线分析的两种方法。这两种分析方法的结果是完全一致的。使用这两种方法分析凹形压力恢复曲线,可以获得原始地层压力、渗透率、起始压力梯度、流动系数等储层参数。这两种方法既简便又方便。

## 前 言

国内外石油地质学家,正以极大的热情投入到致密储层评价与开发特征的研究热潮中去。如何正确评价致密储层,这是国内外极为关注的问题。然而致密储层中流体流动的机理不同于一般储集层(冯文光,1986)。致密储层中,其压力恢复曲线多呈凹型。可见用压力恢复曲线来评价致密储层是急待需要解决的问题。

全国各油田都出现了许多异常形状的压力恢复曲线。如任丘、四川、新疆等油气田都出现了厂型压力恢复曲线。另一种异常压力恢复曲线——凹型压力恢复曲线也特别多。四川气藏出现了大量的凹型压力恢复曲线,如沈九井、塘18井、纳23井。克拉玛依油田多数区块出现了50%以上的凹型压力恢复曲线。长庆油田、大庆油田、辽河油田、胜利油田、南阳油田都有很多凹型压力恢复曲线。这些异常压力恢复曲线无法用常规的分析方法:Horner法、Muskat法、MBH法进行分析,也难以用Ramey曲线、Mckinley曲线、Gringarten曲线进行匹配。

达西定律只适用于一定的范围,有其上限和下限(冯文光,1986)。而已有的经典分析方法都是达西定律导出来的。单一介质、双重介质非达西低速渗流无穷大地层、边界封闭地层、边界定压地层的精确解和长时渐近解已经求出(冯文光等,1985)。笔者分析了低速渗流的压力曲线动态特征,也分析了油井和气井出现凹型压力恢复曲线的原因。求出了理想天然气、真实天然气无穷大地层的精确解和长时渐近解(冯文光,1986)。

本文主要分析低产油井的凹型压力恢复曲线。由于凹型压力恢复曲线没有直线段,很难进行分析。然而利用直线的斜率和截距能简单容易分析的Horner法给了我们启发。另外,运用迭加原理求压力恢复曲线的基本公式,必须首先知道非达西低速渗流时注入井的解。

## 分析凹型压力恢复曲线的基本公式

### 1. 注入并非达西低速渗流的数学模型及解

压力恢复曲线的基本公式是由叠加原理导出的,即以产量 $Q$ 生产 $T+t$ 时引起的压力

降与注入量Q注入t时引起的压力降叠加。首先值得探讨的是非达西低速渗流时，以稳定产量Q注入地层时压力怎样变化？

由Требун-Ирмай 方程<sup>1~2</sup>

$$\begin{cases} \vec{V} = -C_1 \frac{K}{\mu} \text{grad}p \left( 1 - \frac{\lambda_B}{|\text{grad}p|} \right) & |\text{grad}p| > \lambda_B \\ \vec{V} = 0 & 0 \leq |\text{grad}p| \leq \lambda_B \end{cases} \quad (1)$$

$$C_1 \begin{cases} 1.033 \times 10^{-9} & \text{国际单位制} \\ 1 & \text{达西单位制} \end{cases} \quad (2)$$

对于生产井，公式(1)中的负号是由于流动方向与座标的方向相反，并且  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ ，

$\frac{\partial p}{\partial y} > 0$ ，在柱座标中  $\frac{\partial p}{\partial r} > 0$ 。因此柱对称时  $|\text{grad}p| = \frac{\partial p}{\partial r}$ 。(1)式变为<sup>3</sup>：

$$\begin{cases} \vec{V} = -C_1 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial r} - \lambda_B \right) & \frac{\partial p}{\partial r} > \lambda_B \\ \vec{V} = 0 & 0 \leq \frac{\partial p}{\partial r} \leq \lambda_B \end{cases} \quad (3)$$

对于注入井，公式(1)中的负号是由于势的梯度或压力梯度为负，而流动方向与座标方向一致，流体总是从高势区流向低势区。注入井的地层压力随离井距离的增加而减少，即  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ ， $\frac{\partial p}{\partial y} < 0$ 。在柱座标中， $\frac{\partial p}{\partial r} < 0$ 。柱对称时， $|\text{grad}p| = -\frac{\partial p}{\partial r}$ 。公式(1)变为：

$$\begin{cases} \vec{V} = -C_1 \frac{K}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial r} + \lambda_B \right) & -\frac{\partial p}{\partial r} > \lambda_B \\ \vec{V} = 0 & 0 \leq -\frac{\partial p}{\partial r} \leq \lambda_B \end{cases} \quad (4)$$

无量纲定义： $P_D(r_D, t_D) = C_1 \frac{2\pi K h}{Q\mu} [P_0 - P(r, t)]$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad t_D = \theta t, \quad \theta = \frac{C_1 K}{\phi \mu C r_w^2}$$

$$D = C_1 \frac{2\pi r_w h K \lambda_B}{Q\mu}, \quad M = \lambda_B C r_w \quad (5)$$

将(4)式代入连续性方程，得注入井的数学模型：

$$\frac{\partial P_D}{\partial t_D} - \left\{ \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + M \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right\} = -\frac{D}{r_D} \quad (6)$$

$$P_D \Big|_{t_D=0} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial P_D}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = 1 + D \quad (8)$$

$$P_D \Big|_{r_{De}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial P_D}{\partial r_D} \Big|_{r_{De}} = 0 \quad (10)$$

$$p_D \Big|_{r_D \rightarrow \infty} = 0 \quad (11)$$

与参考文献2的(1.12)~(1.17)式比较,只是(6)式右端发生变化:生产井时为 $\frac{D}{r_D}$ ,注入井时为 $-\frac{D}{r_D}$ ; (8)式右端发生变化:生产井时为 $-(1+D)$ ,注入井时为 $1+D$ ,即只是(6)、(8)式右端反号。由此可见,注入井的解也是以 $-Q$ 代入生产井的解。同理,对于双重介质非达西低速渗流时注入井的解,也是以 $-Q$ 代入生产井的解。

单一介质非达西低渗流时,生产井的长时渐近解为:

$$P_D^+(t_D) = (1+D) \left( 0.4045 + \frac{1}{2} \ln t_D \right) + D \sqrt{\pi t_D} \quad (12)$$

对于注入井:

$$P_D^-(t_D) = -(1+D) \left( 0.4045 + \frac{1}{2} \ln t_D \right) - D \sqrt{\pi t_D} \quad (13)$$

## 2. 凹型压力恢复曲线的基本公式

由叠加原理:

$$C_1 \frac{2\pi Kh}{Q\mu} [P_0 - P_{\omega_s}(t)] = P_D^+(T\theta + t_D) + P_D^-(t_D) \quad (14)$$

得压力恢复曲线的基本公式:

$$P_{\omega_s}(t) = P_0 + y_1 \lg \frac{t}{T+t} - a_3 \frac{1}{r\omega} y_2 (\sqrt{T+t} - \sqrt{t}) \quad (15)$$

其中:  $y_1 = i_1(1+D)$ ,  $y_2 = i_1 D \sqrt{\alpha}$ ,

$$i_1 = \frac{a_1 Q\mu}{c_1 4\pi Kh}, \quad \alpha = c_1 \frac{K}{\phi\mu c} = r\omega^2\theta,$$

$$a_1 = 2.302585093, \quad a_2 = 2.245661202,$$

$$a_3 = 1.539533852 \quad (16)$$

压力降落公式:

$$P_{\omega_f}(t) = P_0 - y_1 \lg \frac{a_2 \alpha t}{r\omega^2} - \frac{a_3}{r\omega} y_2 \sqrt{t} \quad (17)$$

关井时刻井底的流动压力:

$$P_{\omega_f}(T) = P_0 - y_1 \lg \frac{a_2 \alpha T}{r\omega^2} - \frac{a_3}{r\omega} y_2 \sqrt{T} \quad (18)$$

## 利用直线分析法分析凹型压力恢复曲线的两种方法

在凹型压力恢复曲线上的早期段上选一点,该点的压力恢复时间为 $t_m$ ,则

$$P_{\omega_s}(t_m) = P_0 + y_1 \lg \frac{t_m}{T+t_m} - a_3 \frac{1}{r\omega} y_2 (\sqrt{T+t_m} - \sqrt{t_m}) \quad (19)$$

(15)式减(19)式,令

$$V = \frac{P_{\omega_s}(t) - P_{\omega_s}(t_m)}{\lg \frac{t}{T+t} - \lg \frac{t_m}{T+t_m}} \quad (20)$$

$$U = \frac{1}{2r\omega} \frac{\sqrt{T+t_m} - \sqrt{t_m} - \sqrt{T+t} + \sqrt{t}}{\lg \frac{t}{T+t} - \lg \frac{t_m}{T+t_m}} \quad (21)$$

得直线方程:  $V = y_1 + 2a_3 y_2 U$  (22)

以V为纵坐标、U为横坐标作V=U关系图, 得一条直线, 其斜率  $i_2 = 2a_3 y_2$ , 截距为  $y_1$ 。

$$\therefore y_2 = 0.324773631 i_2 \quad (23)$$

或用直线回归法求得  $y_1$ 、 $i_2$ 。

原始地层压力:

$$P_0 = P_{\omega}(t_m) - y_1 \lg \frac{t_m}{T+t_m} + i_2 (\sqrt{T+t_m} - \sqrt{t_m}) \quad (24)$$

根据已求得的  $y_1$ 、 $y_2$ , 可用两种方法求得其他参数。

方法一:

$$a_4 = 2.05301329 \frac{Q_0' B_0}{D_0} \quad (25)$$

$$a_5 = \frac{c_1 y_1 a_4}{y_2^2}, \quad a_6 = \phi h c \quad (26)$$

$$D = \frac{1}{2a_5} [a_6 + \sqrt{a_6^2 + 4a_5 a_8}] \quad (27)$$

假Horner斜率:  $i_1 = \frac{y_1}{1+D}$  (28)

流动系数:  $\frac{Kh}{\mu} = \frac{a_4}{i_1}$  (29)

导压系数:  $\alpha = \frac{y_2^2}{i_1^2 D}$  (30)

起始压力梯度:  $\lambda_B = 0.868588963 \frac{i_1 D}{r\omega}$  (31)

井底压力梯度:  $\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r\omega} = 0.868588963 \frac{i_1}{r\omega} (1+D)$  (32)

视流动系数:  $\left( \frac{Kh}{\mu} \right)_{app} = \frac{Kh}{\mu} \left( 1 - \frac{\lambda_B}{\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r\omega}} \right)$  (33)

方法二:

$$\beta_0 = \frac{Q_0' B_0}{D_0}, \quad \beta_1 = 2.0530132\beta_0 \quad (34)$$

$$\beta_2 = \beta_1 \sqrt{\frac{c_1}{\phi \mu c}} \quad \left( C_{(1/kPa)} = \frac{1}{98.065} C_{(1/at)} \right) \quad (35)$$

$$\beta_3 = \left( \frac{y_1}{\beta_1} \right)^2, \quad \beta_4 = 2 \frac{y_1}{\beta_1} + \left( \frac{y_2}{\beta_2} \right)^2 \quad (36)$$

渗透率:

$$K = \frac{1}{2\beta_3} [ \beta_4 + \sqrt{\beta_4^2 - 4\beta_3} ] \quad (37)$$

$$\text{假Horner斜率: } i_1 = \beta_1 / K \quad (38)$$

$$\text{导压系数: } \alpha = c_1 \frac{K}{\phi \mu c} \quad (39)$$

$$\text{无量起始压力梯度: } D = \frac{y_2}{\beta_2} \sqrt{K} \quad (40)$$

$$\text{起始压力梯度: } \lambda_B = 1.783224686\beta_0 \frac{D}{r\omega K} \quad (41)$$

井底压力梯度由(33)式求得。

$$\text{视渗透率: } K_{a,p,p} = K \left( 1 - \frac{\lambda_B}{\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r\omega}} \right) \quad (42)$$

## 实 例

A井岩心分析认为该油层为致密储集层。实测资料如下：

岩心测得孔隙度 $\phi = 0.06$ ，单井稳定日产原油12.54t，不产水，原油比重 $D_0 = 0.856$ ，原油体积系数 $B_0 = 1.136$ ，稳定生产时间 $T = 302.68$ 小时，关井时井底流动压力9610.517kPa，有效油层原度30m，原油压缩系数 $C_0 = 1.529574319 \times 10^{-6}/\text{kPa}$ ，原油粘度 $\mu = 2\text{mPa}\cdot\text{s}$ 。压力恢复数据如表1第二、三栏。

选 $t_m = 1860$ 秒，计算U、V值分别列在表1第四、五栏，如图1得一一直线，其斜率为 $i_2 = 1.66576708 \text{ kPa}\cdot\text{m}/\text{S}^{1/2}$

截距 $y_1 = 66.51763886 \text{ kPa}$ ； $y_2 = 0.540997223 \text{ kPa}\cdot\text{m}/\text{S}^{1/2}$

$P_0 = 18379.55927 \text{ kPa}$

由第一种方法求得：

$a_4 = 34.16597855 \text{ m}^3/\text{S}$ ， $a_5 = 0.008021229433 \text{ m}/\text{kPa}$

$a_6 = 2.753233775 \times 10^{-6} \text{ m}/\text{kPa}$ ， $D = 0.01869924479$

$i_1 = 65.29664098 \text{ kPa}$

$\frac{Kh}{\mu} = 0.5232425135 \text{ } \mu\text{m}^2\cdot\text{m}/\text{mPa}\cdot\text{s}$ ， $\frac{K}{\phi\mu c} = 0.19631806611 \text{ m}^2/\text{S}$

$\lambda_B = 10.60545277 \text{ kPa}/\text{m}$ ， $\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r\omega} = 577.7648696 \text{ kPa}/\text{m}$

$\left( \frac{Kh}{\mu} \right)_{a,p,p} = 0.5136378732 \text{ } \mu\text{m}^2\cdot\text{m}/\text{mPa}\cdot\text{s}$ ， $\frac{K}{\mu} = 0.01744141712 \text{ } \mu\text{m}^2/\text{mPa}\cdot\text{s}$

$K = 0.03488283424 \text{ } \mu\text{m}^2$ ， $K_{a,p,p} = 0.03424252488 \text{ } \mu\text{m}^2$

由方法二求得的结果完全与方法一一致。

图2是实测的压力恢复曲线与计算的压力恢复曲线比较，其中\*是实测值，○是计算值。以上全部过程在PB-700上完成。表1、图1、图2也是由PB-700绘制。

表 1 压力恢复数据与 U、V 值

编 号	t(s)	p <sub>0s</sub> (kPa)	U	V
1	60	9650.626199	0	0
2	960	9794.88202	0	0
3	1860	9653.035455	0	0
4	2760	9921.289739	262.4369937	399.0667366
5	3600	9985.617496	280.3216584	464.1141022
6	4560	10044.069	297.5017283	491.8741063
7	5460	10095.84811	311.449205	520.7781787
8	6360	10143.90069	323.8749288	546.5774885
9	6160	10236.62907	345.4416816	603.106194
10	9960	10314.73254	363.8880323	636.3536019
11	11760	10370.33624	360.1166533	649.0818879
12	13560	10429.76454	394.6738453	672.0873492
13	15360	10485.46631	407.9182667	693.8050074
14	17160	10542.34488	420.0995138	718.8101347
15	24360	10739.65468	461.2277483	799.9791248
16	31560	10902.83734	494.2882313	861.9312273
17	38760	11055.91914	522.2005419	922.151608
18	45960	11186.15146	546.4941007	969.0698408
19	53160	11307.55778	566.0819694	1012.809916
20	60360	11405.03588	587.558015	1042.617013
21	67560	11493.49187	605.3325146	1068.845945
22	74760	11579.59425	621.7022241	1095.477952
23	85560	11712.37629	644.0947118	1140.231207
24	96360	11819.85718	664.365537	1171.896915
25	107160	11913.70682	682.9051743	1197.701119
26	117960	12000.29954	700.0015998	1221.200186
27	130660	12102.09257	718.4128817	1250.94238
28	144960	12216.53617	737.7515473	1285.745944
29	159360	12330.19524	755.5609437	1321.625502
30	173760	12433.26314	772.0720321	1353.086369
31	188160	12528.97604	787.465536	1381.789833
32	206160	12627.14061	805.353012	1408.048174
33	227760	12764.92404	825.1203043	1451.393349
34	249360	12878.38698	843.3152521	1484.064777
35	270960	12997.93004	860.169329	1520.9729
36	292560	13092.36808	875.8652718	1546.844344
37	314160	13201.12383	890.5500748	1580.511752
38	335760	13274.67371	904.3438811	1598.445421
39	344760	13310.95831	909.8525998	1608.818499

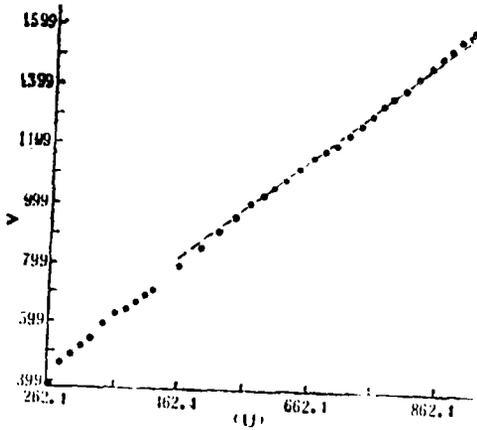


图1 V-U关系图

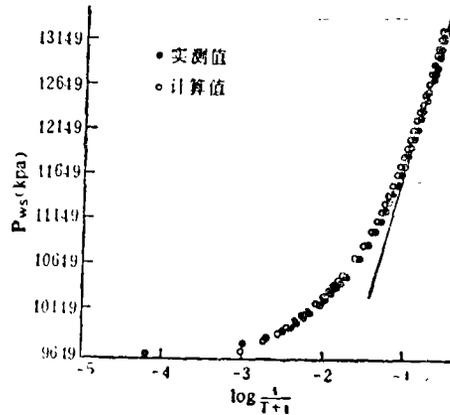


图2 实测压力恢复曲线与计算压力恢复曲线比较

## 建 议

1. 应该使用高灵敏度压力计测压。测压、读卡工作要做到细致、准确。
2. 读压力卡片时，时间间隔应成倍数增加，如  $t_n = 10^{+0.1} t_{n-1}$  或  $\lg \frac{t_n}{t_{n-1}} = \text{常数}$ ，早期段要读得密，然后逐步变稀。
3. 要准确获取稳定生产时间  $T$ 。
4. 逐点选择  $t_m$ ，使  $y_1$ 、 $i_1$ 、 $\frac{Kh}{\mu}$  等均为正值。
5. 建议对全国各油气田压力恢复曲线进行一次分类普查，分析各种类型压力恢复曲线储层特征、开发特点及影响因素，以便进一步认识和合理开发油气田。

## 结 论

本文提出的凹型压力恢复曲线的公式，经论证是正确的。本文提出的两种直线分析方法，可以求出原始地层压力、渗透率、起始压力梯度、流动系数等储层参数，作为致密储层评价的依据。由于致密储层的井几乎都必须经过酸化压裂后才能投产。起始压力梯度可作为压裂工艺设计的参考依据。这两种分析方法简便，便于推广。

罗蛰潭教授给予热情指导，特致谢意！

(收稿日期：1988年8月1日)

符 号 说 明

符 号	意 义	国际单位制	达西单位制
$a_4$	见(34)式	$m^3/s$	$m^3/s$ ,系数为0.02130762728
$a_5$	见(35)式	$m/kPa$	$m/at$
$a_6$	见(35)式储能系统	$m/kPa$	$m/at$
$B_0$	原油体积系数	—	—
$C$	压缩系数	$1/kPa$	$1/at$
$D$	无量纲起始压力梯度	—	—
$D_0$	原油比重	—	—
$h$	油层有效厚度	$m$	$m$
$i_1$	假Horner斜率	$kPa$	$at$
$K$	渗透率	$\mu m^2$	$D$
$K_{app}$	视渗透率	$\mu m^2$	$D$
$P(r, t)$	地层中 $r$ 点, $t$ 时的压力	$kPa$	$at$
$P_0$	原始地层压力	$kPa$	$at$
$P_D^+(t_D)$	生产井井底无量纲压力	—	—
$P_D^-(t_D)$	注入井井底无量纲压力	—	—
$P_{\omega_l}(t)$	井底流动压力	$kPa$	$at$
$P_{\omega_l}(T)$	关井时刻井底流动压力	$kPa$	$at$
$P_{\omega_s}(t)$	压力恢复试井测得的井底压力	$kPa$	$at$
$grad p$	压力梯度, 矢量	$kPa/m$	$at/cm$
$\frac{\partial p}{\partial r} \Big _{r\omega}$	井底压力梯度	$kPa/m$	$at/cm$
$Q$	原油日产量	$m^3/s$	$cm^3/s$
$Q'_0$	原油日产量	吨/日	吨/日
$r\omega$	井筒半径	$m$	$cm$
$r_e$	边界离井轴距离	$m$	$cm$
$r_D$	无量纲半径	—	—
$t_D$	无量纲时间	—	—
$t_m$	压力恢复曲线早期段上所选择点的时间	$s$	$s$
$t$	时间	$s$	$s$
$T$	稳定生产时间	$s$	$s$
$U$	见(21)式	$s^{1/2}/m$	$s^{1/2}/cm$
$V$	拟压力, 见(20)式	$kPa$	$at$
$\bar{U}$	渗流速度, 矢量	$m/s$	$cm/s$
$y_1 = i_1(1+D)$	$V \sim U$ 曲线的截距	$kPa$	$at$
$y_2$	$y_2 = i_1 D \sqrt{\alpha}$	$kPa \cdot m/s^{1/2}$	$at \cdot cm/s^{1/2}$
$\theta$	见(5)式	$1/s$	$1/s$
$\lambda_B$	起始压力梯度	$kPa/m$	$at/cm$
$\alpha$	导压系数	$m^2/s$	$cm^2/s$
$\phi$	孔隙度	小数	小数
$\mu$	原油粘度	$mPa \cdot s$	$cp$

### 参 考 文 献

- 〔1〕冯文光，1986，非达西低速渗流的研究现状与展望，石油勘探与开发，13卷4期，76—80页。
- 〔2〕冯文光、葛家理，1985，单一介质、双重介质非定常非达西低速渗流问题，石油勘探与开发，12卷1期，56—62页。
- 〔3〕冯文光、葛家理，1986，单一介质、双重介质非达西低速渗流的压力曲线动态特征，石油勘探与开发，13卷5期。
- 〔4〕冯文光，1986，天然气非达西低速渗流，天然气工业，3期，41—48页。

## ANALYSIS AND APPLICATION OF CONCAVE PRESSURE-RESTORING CURVES FOR OIL WELL

Feng Wenguang

(Petroleum Department of Chengdu Geology Institute)

### Abstract

A basic formula for concave pressure-restoring curve and two methods of linear analysis are proposed, applying the theory of non-Darcy low speed seepage flow. The results from the two analytical methods are entirely consistent, and several reservoir parameters, i.e the primary stratigraphic pressure, permeability, initial pressure gradients and flow coefficient, can be obtained by using the two methods in the analysis of concave pressure-restoring curve. They are simple and convenient.