

文章编号: 1001-6112(1999)04-0372-04

确定孔隙结构分形维数的新方法

何琰, 吴念胜

(西南石油学院勘探系, 四川南充 637001)

摘要: 储层岩石的孔隙空间具有良好的分形特征。将分形几何学的原理运用于储层岩石的孔隙结构研究, 能建立毛细管压力曲线、相对渗透率、孔喉大小分布等的分形模型。但这些模型只有在求取了孔隙结构分形维数 D 的基础上, 才可能对孔隙结构作出预测。本文提出了在建立毛细管压力分形模型的基础上, 运用毛细管压力资料预测分形维数 D 。通过实测检验证明, 该方法不仅简便易行、精度高, 而且能直接得到三维空间的信息, 值得研究和推广应用。

关键词: 分形几何学; 孔隙结构; 扫描电镜; 毛细管压力; 分形维数

中图分类号: TE19

文献标识码: A

油气储集层是石油地质、油气勘探与开发中的一个主要研究对象。在油气储集层研究中孔隙结构是微观物理研究的核心^[1]。油气储集层是经过数千万年乃至上亿年的沉积埋藏而形成的, 其间经过了多种地质和沉积作用过程, 因而孔隙结构具有粗糙曲折、剧烈多变的特点。目前, 科学家们提出了许多孔隙结构分类的模型和方法, 如以气泡、圆柱管道和以堆砌颗粒为基础的模型。这些模型虽然在一定程度上成功地预言了储集层的传输性质, 却不能反映孔隙结构具有粗糙曲折、剧烈多变的特点。这些模型与真实孔隙结构相差太远, 因而在它们的基础上的研究成果在实际储层中是无法运用的。经过许多科学家们的努力探索^{[2]-[9]}, 已经证明沉积岩的孔隙空间具有分形的特征, 并且具有几个不同尺度的结构层次。因此, 建立分形孔隙模型对储集层的孔隙结构研究具有深远的理论意义和应用价值。要利用分形孔隙结构模型对孔隙结构进行研究, 必须先求出分形维数 D 。所以, 研究计算分形维数 D 的方法具有十分重要的意义。

目前最常用的计算孔隙结构分形维数的方法是扫描电镜法。该方法的基本原理是对岩石-孔隙界面上的结构特征体的尺寸分布进行统计。由于单位长度的特征体数目 $N(L)/\mu\text{m}$ 与特征体尺寸 L 之间存在关系: $N(L)/\mu\text{m} \sim L^{2-D}$, 通过特征体数目 $N(L)/$

μm 与特征体尺寸 L 的双对数图或直方图的拟合, 可以确定分形维数和分形结构的上截止尺寸 L_2 。

1 毛细管压力曲线法求取分形维数 D

1.1 毛细管压力曲线分形模型的建立

根据分形几何原理, 储层孔径分布符合分形结构, 则储层中孔径大于 r 的孔隙数目 $N(>r)$ 与 r 有如下幂函数关系^[10]:

$$N(>r) = \int_r^{r_{\max}} P(r) dr = \alpha r^{-D} \quad (1)$$

式中: r_{\max} 为储层中最大孔隙半径; $P(r)$ 为孔径分布密度函数; α 为比例系数; D 为孔径分形维数。

(1) 式对 r 求导, 可得到孔径分布密度函数 $P(r)$ 的表达式:

$$P(r) = \frac{dN(>r)}{dr} = \beta r^{-D-1} \quad (2)$$

式中: $\beta = -D\alpha$, 为比例常数。

将(2)式代入下式积分, 可得到储层中孔径小于 r 的孔隙累计体积 $V(<r)$ 的表达式:

$$V(<r) = \int_{r_{\min}}^r P(r) \cdot \alpha^3 dr = \gamma (r^{3-D} - r_{\min}^{3-D}) \quad (3)$$

式中: γ 是比例常数, $\gamma = \beta\alpha / (3-D)$; α 为与孔隙形

收稿日期: 1999-05-17.

基金项目: 国家“863”项目(863-306-04-03-1A)资助。

作者简介: 何琰(1971-), 女, 四川蓬溪人, 讲师, 博士生, 主要从事储层地质学和油藏描述方面的研究。

状有关的常数; r_{\min} 为储层中最小孔隙半径。同理可得, 储层总孔隙体积 V 为:

$$V = \mathcal{Y}(r_{\max}^{3-D} - r_{\min}^{3-D}) \quad (4)$$

将(3)及(4)式代入下式, 可得到孔径小于 r 的累计孔隙体积分数 S 的表达式:

$$S = \frac{V(<r)}{V} = \frac{r^{3-D} - r_{\min}^{3-D}}{r_{\max}^{3-D} - r_{\min}^{3-D}} \quad (5)$$

由于 $r_{\min} \ll r_{\max}$, 上式可简化为:

$$S = \left(\frac{r}{r_{\max}}\right)^{3-D} \quad (6)$$

储层中任一大小的喉道对油气运移的阻力遵守毛细管压力方程^[11]:

$$p_c = \frac{2\sigma\cos\theta}{r} \quad (7)$$

式中: p_c 为孔径 r 相应的毛细管压力; σ 、 θ 分别为液体的表面张力和接触角。将(7)式代入(6)式可得:

$$S = \left(\frac{p_c}{p_{\min}}\right)^{D-3} \quad (8)$$

式中: p_{\min} 为储层中最大孔径 r_{\max} 相应的毛细管压力; S 为毛细管压力 p_c 时储层中润湿相的饱和度。(8)式为储层毛细管压力曲线的分形几何公式。

1.2 J 函数曲线分形模型的建立

Leverett 等^{[12][13]} 综合考虑了油层流体界面张力、润湿性及岩石孔隙度和渗透率对毛细管压力的影响, 提出了无量纲毛细管压力曲线—— J 函数的概念, 该函数的定义式为:

$$J(S_w) = \frac{p_c}{\sigma\cos\theta} \left(\frac{K}{\Phi}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

式中: $J(S_w)$ 为 J 函数, 无量纲; p_c 为毛细管压力; σ 为界面张力; θ 为润湿相接触角; K 为空气渗透率; Φ 为孔隙度。

根据 Poiseuille 定律^[11], 在压差 Δp 作用下, 粘度为 μ 的流体流过半径为 r_i 、长 L 的毛细管 i 的流量 q_i 为:

$$q_i = \frac{\pi r_i^4 \Delta p}{8\mu L} \quad (10)$$

代入毛细管的体积 $V_i = \pi r_i^2 L$, (10) 式变为:

$$q_i = \frac{\Delta p}{8\mu L^2} V_i r_i^2 \quad (11)$$

由毛细管模型知, 多孔介质是由毛细管束组成的, 因此多孔介质中的总流量为:

$$q = \sum_i q_i \quad (12)$$

将(11)式代入(12)式可得:

$$q = \frac{\Delta p}{8\mu L^2} \sum V_i r_i^2 \quad (13)$$

毛细管 i 的体积 V_i 、长度 L 、毛细管 i 占孔隙体积分数 S_i 、多孔介质的孔隙度 Φ 及横截面积 A 具有如下关系:

$$V_i = \Phi A L S_i \quad (14)$$

将(14)式代入(13)式可得:

$$q = \frac{\Phi A \Delta p}{8\mu L} \sum S_i r_i^2 \quad (15)$$

设多孔介质中流体的流动服从 Darcy 公式:

$$q = \frac{K A \Delta p}{\mu l} \quad (16)$$

式中: l 为多孔介质的长度。(15)式与(16)式相比较可得:

$$K = \frac{f \Phi}{8} \sum S_i r_i \quad (17)$$

上式中 $f = \frac{l}{L}$ 为多孔介质中毛细管的弯曲度。

由于孔隙分布是连续的, 因此上式可写为积分的形式:

$$K = \frac{f \Phi}{8} \int r^2 dS \quad (18)$$

将(6)式代入(18)式积分后移项可得:

$$r_{\max} = \left[\frac{8K(5-D)}{f\Phi(3-D)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

再将(6)、(7)、(19)式代入(9)式可得:

$$J = \left[\frac{f(3-D)}{2(5-D)} \right]^{\frac{1}{2}} S^{\frac{1}{D-3}} \quad (20)$$

(20)式即为 J 函数曲线的分形几何公式。由该

式可以看出, J 函数仅与分形维数 D 、毛细管弯曲度 f 以及润湿相饱和度 S 有关。

1.3 计算毛管压力曲线

前人^{[14][15]}已用压汞资料计算了煤及活性炭孔隙结构的分形维数,但是在油、气层地质学中至今未见有关的应用报道。本文首次运用压汞资料计算了某油田砂岩的分形维数,并把它与扫描电镜所得结果进行比较,认为用该方法所得的计算结果可靠,而且比目前常用的扫描电镜简便易行,还可以得到三维空间的信息。

1.3.1 建立数学模型

将(8)和(20)式取对数,可得:

$$\lg S = (3 - D) \lg p_{\min} + (D - 3) \lg p_c \quad (21)$$

$$\lg S = \frac{3 - D}{2} \lg \left[\frac{f(3 - D)}{2(5 - D)} \right] + (D - 3) \lg J \quad (22)$$

1.3.2 参数的确定方法

(1) 图版法

根据(21)式作 $\lg S$ 对 $\lg p_c$ 的双对数图,可得一条直线,根据直线的斜率及截距可计算出孔隙分形维数 D 及入口毛管压力 p_{\min} 的数值;按照(22)式根据 J 函数曲线资料 $\lg S$ 对 $\lg J$ 作图,也可得一条直线,根据直线的斜率及截距可计算出孔隙分形维数

表 1 某油田砂岩样品的实测分形维数和预测分形维数对比

Table 1 The measured and predicted fractal dimension of sand rock samples in an oil field

序号	$p_{\min}(\text{Mpa})$	$R_{\max}(\mu\text{m})$	D (据压汞)	相关系数	D (据电镜)
1	0.348	2.32	2.74	0.994	2.72
2	0.229	3.28	2.79	0.995	2.73
3	0.546	1.51	2.70	0.993	2.69
4	0.748	1.00	2.64	0.994	2.61
5	0.473	1.82	2.75	0.992	2.71
6	0.354	2.11	2.72	0.992	2.74
7	0.691	1.25	2.69	0.990	2.66
8	0.135	5.55	2.77	0.991	2.76
9	0.913	0.792	2.51	0.992	2.49
10	0.845	0.888	2.59	0.993	2.62
11	0.276	2.48	2.76	0.994	2.72
12	0.532	1.41	2.66	0.994	2.71
13	0.683	1.27	2.68	0.995	2.70
14	0.531	1.40	2.68	0.994	2.65
15	0.732	0.983	2.61	0.992	2.58
16	0.821	0.914	2.53	0.990	2.55
17	0.438	1.96	2.56	0.993	2.53

表 2 由我国部分油田大量样品预测的分形维数结果

Table 2 The predicted fractal dimension of a lot of samples in some oil fields of China

	大庆油田	吐哈油田	胜利油田	陕甘宁	塔里木	辽河油田
总样品数	103	97	65	73	87	68
D	2.31~2.75	2.39~2.81	2.32~2.79	2.38~2.82	2.37~2.74	2.42~2.80

D 及毛细管弯曲度 f 的数值。这种图版法简便快捷, 但精度较低, 自动化程度低。

(2) 回归拟合法

为了提高精度, 利用回归拟合法获得分形维数 D 及毛细管弯曲度 f 以及入口毛细管压力 p_{\min} 的数值。

由式(21)、(22)可知, 润湿相饱和度与毛细管压力以及无量纲的毛细管 J 函数之间是一种非线性关系, 且有 3 个参数待定, 即 D 、 f 、 p_{\min} 。如何根据实测的毛细管压力和汞的饱和度数据以及 J 函数通过最佳拟合得到最佳拟合曲线呢?

为了简化计算, 设法将(21)、(22)的非线性求解化为线性求解, 于是把(21)、(22)式作如下变换:

设

$$\lg S = y, \lg p_{\min} = a, \lg p_c = x_1, \lg J = x_2,$$

$\lg \left[\frac{f(3-D)}{2(5-D)} \right] = b, 3-D = d$ 则(21)、(22)式变为:

$$\begin{cases} y = da - dx_1 \\ y = \frac{d}{2}b - dx_2 \end{cases} \quad (23)$$

通过线性回归, 可获得精确的 D 、 f 、 p_{\min} 。

2 检验

为了检验该方法的有效性, 我们用该方法处理了某油田三叠系 17 块砂岩的压汞资料, 计算出了它的分形维数, 并利用扫描电镜法计算了它的分形维数, 其结果如表 1 所示。

从表 1 中可以看出, 回归方程的系数均在 0.990 以上, 而且与扫描电镜的计算结果误差在 ± 0.06 内。这不仅说明了这些岩样在扫描电镜截止尺度范围内具有良好的分形性质, 而且证明了利用压汞资料计算孔隙结构的分形维数是可行的。

也许上述岩样比较典型。为了更有效地说明利用压汞资料计算孔隙结构的分形维数的有效性和普遍性。我们利用我国大庆油田、吐哈油田、胜利油田、陕甘宁盆地中部油田、塔里木盆地某油田、辽河油田共计 493 个岩样的压汞资料, 计算了各岩样孔隙结构的分形维数, 如表 2 所示。

从表 2 可以看出, 该方法对各油田岩心样品孔隙结构分形维数的确定都是适合的, 该方法具有普

遍性。

3 结论

(1) 要想利用分形理论对孔隙结构作出预测, 必须先求取孔隙结构分形维数 D 。所以分形维数的求取方法非常重要。

(2) 目前主要应用扫描电镜法求取分形维数, 但该方法非常繁琐, 不便于实际运用。

(3) 本文提出在建立毛细管压力分形模型的基础上, 运用毛细管压力资料预测分形维数 D 。通过实际资料实测检验, 证明该方法不仅简便易行, 精度高, 而且能直接得到三维空间的信息, 比扫描电镜法优越, 值得研究和推广应用。

参考文献:

- [1] 罗蛰潭, 王允诚. 油气储集层的孔隙结构[M]. 北京: 科学出版社, 1986. 106~123.
- [2] Katz A J, Thompson A H. Fractal sandstone pores: implication for conductivity and pore formation[J]. Physical Review Lett, 1985, 54: 1325~1332.
- [3] Schaefer D W, et al. Physics and Chemistry of Porous Media II[M]. New York: 1987. 63.
- [4] Krohn C E, Thompson A H. Phys Rev B, 1986, 39(9): 6366.
- [5] Bale H D, Schmidt D W. Phys Rev Lett, 1985, 53: 1325.
- [6] Wong P Z, et al. Phys Rev Lett, 1986, 57: 637.
- [7] Wang Yu-hui, et al. Regular fractal islands on rock-pore interface in sandstone[A]. AAPG Annul Convention[C], New Orleans, USA: 1993, (April). 25~28.
- [8] Cohen M H. Physics and Chemistry of Porous Media II[M]. New York: 1987. 3.
- [9] Krohn C E. Journal of Geophysical Res, 1989, 91(B4): 3297.
- [10] 贺承祖, 华明琪. 储层孔隙结构的分形几何描述[J]. 石油与天然气地质, 1998, (1).
- [11] 周祖康, 顾锡人, 马季铭. 胶体化学基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 1987.
- [12] Leverett M C. Capillary behavior in porous solids[J]. Trans AIMME, 1941, 142: 151~169.
- [13] Rose W R, Bruce W A. Evaluation of capillary character in petroleum reservoir rock[J]. Trans AIMME, 1949, 186: 127~142.
- [14] Fresen W I, Mikula R J. Fractal dimintions of coal particales [J]. J Colloid Interface Sci, 1987, 121(1): 12~15.
- [15] Ehbarger-Dolle F, Lavanchy A, Stoeckli F. Determination of the structure of the surface dimension of active carbons by mercury porosimetry[J]. J Colloid Interface Sci, 1974, 166(2): 451~461.

(下转第 301 页)

- 研究(6)[C]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1994.
- [3] 《渤海大陆架及毗邻海域油气区石油地质》编写组. 沿海大陆架及毗邻海域油气区(下册)[M]. 中国石油地质志, 卷十六. 北京: 石油工业出版社, 1992.
- [4] 《油气资源评价方法研究与应用》编委会. 油气资源评价方法研究与应用[M]. 北京: 石油工业出版社, 1989.
- [5] 《中国含油气盆地烃源岩评价》编委会. 中国含油气盆地烃源岩评价. 北京: 石油工业出版社, 1989.
- [6] 夏明忠, 等. 油气资源评价及勘探决策系统[M]. 北京: 石油工业出版社, 1993.

PETROLEUM GEOLOGY AND EXPLORATION PROSPECT OF LEIDONG DEPRESSION IN SOUTH CHINA SEA

YANG Mu-zhuang

(China university of Geosciences, Wuhan 430740, China)

Abstract: Leidong depression is situated in the stable, isolated, close and high geothermal geological setting, with fairly good source rocks, reservoirs, traps and cap rocks. The hydrocarbon was in favor of generation, gathering and preservation. The total hydrocarbon produced is $* - * * \times 10^8 \text{t}$, the total gathering is $* * * * \times 10^4 \text{t}$. In addition, the exploration and development condition is favorable due to it is near shore, with shallow and smooth bottom. So, the oil and gas exploration is worth making progress in this area.

Key words: Leidong depression; petroleum geology; exploration prospect

(上接第 375 页)

A NEW METHOD FOR DETERMINING FRACTAL DIMENSION OF PORE STRUCTURE

HE Yan, WU Nian-sheng

(Exploration Dept., Southwest Institute of Petroleum, Nanchong, Sichuan 637001, China)

Abstract: There is fractal property in reservoir rocks. According to the principle of the fractal geometry, the pore structure can be studied, and the fractal model of the capillary pressure curve and the relative permeability and the pore throat distribution can be set up. But the pore structure can be predicted when the fractal dimension D has been acquired. At present, the fractal dimension is acquired by the scanning electron microscopy. But it is not easy to use it to calculate D . Based on proposed fractal capillary pressure model, the fractal dimension D is predicted by capillary pressure data. The practical data verifies the validity of this method and the method is simpler than scanning electron microscopy.

Key words: the fractal geometry; pore structure; scanning electron microscopy; the capillary pressure; the fractal dimension